## **Binomial Coefficient Modulo Prime**

DECEMBER 8, 2014 |  [COMMENTS](http://picks.logdown.com/posts/245545-binomial-coefficient-modulo-prime" \l "disqus_thread)

## **前言**

退役之后就开始搞高考了……平时也没有太多时间来思考奇奇怪怪的问题。  
本来打算月更的，但是每天做作业做到十二点，计划一下子就赶不上变化了呢……  
最近由于学科成绩基本达到了理想，就分一点神来搞搞奇怪的东西吧。（分你一脸神啊！抽代还没看的啊！）  
过几周的某场UR过后还会更新一点黑科技的>\_<.  
今天要写的东西是今年上半年杜教教我的黑科技，当时似乎是另有他用？但是现在这东西好像烂大街了啊……那我就来发表下拙见吧……

## **问题**

给出 IMG_256IMG_257IMG_258IMG_259IMG_260，求：

IMG_261IMG_262IMG_263IMG_264IMG_265IMG_266IMG_267IMG_268

其中 IMG_269IMG_270IMG_271IMG_272IMG_273IMG_274IMG_275IMG_276IMG_277 是个质数。

## **解决手段**

### **第一种情况：**IMG_278IMG_279IMG_280IMG_281IMG_282

这个是基本的前置技能了，如果不会的话建议你去膜拜一下福大核武的《组合数取模》那篇文章。

### **第二种情况：**IMG_283IMG_284IMG_285

由于 IMG_286IMG_287IMG_288，那么我们知道 IMG_289IMG_290IMG_291IMG_292IMG_293IMG_294IMG_295IMG_296IMG_297IMG_298IMG_299。现在的关键就是如何来求 IMG_300IMG_301.  
我们构造一个多项式：

IMG_302IMG_303IMG_304IMG_305IMG_306IMG_308IMG_309IMG_310IMG_311IMG_312IMG_313IMG_314IMG_315IMG_316IMG_317

则我们要求的 IMG_318IMG_319 就是：

IMG_320IMG_321IMG_322IMG_324IMG_325IMG_326IMG_327IMG_328IMG_329IMG_330IMG_331IMG_332IMG_333IMG_334IMG_335IMG_336IMG_337IMG_338IMG_339

注意到 IMG_340IMG_341IMG_342IMG_343 是个 IMG_344IMG_345IMG_346IMG_347 次多项式，并且我们需要将 IMG_348IMG_349IMG_350IMG_351 个值插进去，只需要使用多项式多点求值算法就可以解决了。如果你不会，请看我的博客：[多项式除法](http://picks.logdown.com/posts/197262-polynomial-division)。

当然，我也不会在模 IMG_352 意义下的FFT，不过我觉得我们可以用 IMG_353IMG_354IMG_355IMG_356IMG_357IMG_358IMG_359 的附加时间，取多个可以用来FFT的模数来运算，最后CRT合并起来。这里由于 IMG_360 一般不超过 IMG_361IMG_362IMG_363IMG_364，即最多也只需要6遍不同模数的FFT，我将这部分的复杂度视为 IMG_365IMG_366IMG_367IMG_368

那么总复杂度就是：IMG_369IMG_370IMG_371IMG_372IMG_373IMG_374IMG_375IMG_376IMG_377IMG_378IMG_379IMG_380.

你问我为什么这道题没有出出来？一是因为我自己也写不出来，二是因为……你自己算算 IMG_381IMG_382IMG_383IMG_384IMG_385IMG_386IMG_387IMG_388IMG_389IMG_390IMG_391IMG_392 在 IMG_393IMG_394IMG_395IMG_396IMG_397 时要进行多少运算，又有多少常数……不过我们是理论计算机科学家！

### **第三种情况：**IMG_398IMG_399IMG_400

还残留了一个小问题，不过也不是问题。

相同于核武的做法，我们发现需要用上述算法计算阶乘的过程只有一次，第二次最多不超过计算1000的阶乘。这个就很简单啦。

## **尾声**

如果有人打算拿这个出题，我是不会反对的，你去出吧，我写暴力。

这个题最近真的很多人问我了……莫名地获得了很高的关注度？

下次更新就不知道是什么时候了，那么大家下次见！